

LE PROVE DI VALUTAZIONE IN MATEMATICA

(Mario Marchi, Università Cattolica – Brescia)

1. Le Prove di Valutazione INVALSI. Il quadro di riferimento.

Per comprendere chiaramente il Quadro di riferimento della Prova di valutazione in Matematica è importante ricordare prima di tutto le finalità che questa Prova di Valutazione presenta.

Le norme sono stabilite dalla Legge – delega n. 53 (2003) e riguardano, all’articolo 3, “la valutazione degli apprendimenti e della qualità del sistema educativo di Istruzione e Formazione”.

Ritengo che le parole “apprendimenti” e “qualità del sistema educativo” non siano a caso ma ci indichino invece esattamente ciò a cui questo progetto di Valutazione è finalizzato e ciò che, al contrario non si persegue.

La Valutazione di cui si parla consiste infatti in “verifiche periodiche e sistematiche sulle conoscenze e abilità degli allievi e sulla qualità complessiva dell’offerta formativa delle Istituzioni scolastiche, ai fini del progressivo miglioramento della qualità del Sistema di Istruzione e Formazione”.

Al di là di singoli giudizi di natura essenzialmente ideologica o politica espressi su questa Prova valutativa, sulle sue finalità o le sue possibili strumentalizzazioni, è molto importante che gli scopi reali di tali Prove siano messi in evidenza con chiarezza. Ciò potrà contribuire a ridurre ostilità e diffidenze preconette, oppure anche utilizzazioni improprie o abusi e strumentalizzazioni delle medesime Prove e dei loro esiti. Non è raro infatti incontrare all’interno e fuori dalla scuola ostilità o diffidenze nei riguardi delle Prove INVALSI, e ciò è certamente anche dovuto al fatto che tali Prove, o i loro esiti, sono stati visti e utilizzati senza tener conto delle finalità proprie a cui dovevano rispondere.

Le Prove INVALSI infatti non costituiscono una prova valutativa dei singoli alunni o delle singole classi o, meno che meno, vogliono o possono essere utilizzate come strumento valutativo dei singoli insegnanti (come purtroppo da qualche parte pare si sia voluto far credere o paventare). Si tratta invece di una “valutazione di sistema” che intende misurare l’efficienza del sistema scolastico, globalmente inteso, a livello nazionale e per singoli settori. Inoltre, trattandosi di una valutazione con valore statistico che riguarda l’intera popolazione

studentesca, questa Prova valutativa può costituire un ottimo termine di confronto per le singole scuole o anche per i singoli insegnanti, utile per riflettere autonomamente sia sulle abilità e conoscenze acquisite dai propri alunni, sia sulla validità delle scelte didattiche effettuate, sulla efficacia dell'offerta formativa programmata e infine sulla ampiezza, profondità e coerenza del curriculum educativo e disciplinare effettivamente svolto.

Questa autonoma riflessione può avvenire sia confrontando correttamente gli esiti della valutazione che riguarda le singole scuole con gli esiti di altre scuole analoghe (individuata in base ad opportune variabili), sia tramite una analisi serena, ma approfondita, riguardante il complesso delle risposte di ogni singolo quesito, analisi che potrà portare, poi, a modificazioni positive, da parte delle scuole ed anche dei singoli insegnanti, nell'impostare la propria offerta formativa in matematica. Le informazioni ricavate dalle Prove di valutazione INVALSI non riguardano dunque certamente, come si è detto, il valore degli insegnanti ma piuttosto le scelte didattiche fatte (per esempio se l'insegnamento si occupa di concetti chiave di cui si è curata la appropriazione da parte degli allievi, oppure privilegia tecniche algoritmiche mnemoniche e strumentali). È in questo senso che una attenta analisi dei risultati può essere considerata una risorsa preziosa per il miglioramento dell'insegnamento.

Tutte queste osservazioni portano a riflettere sull'importante effetto di RICADUTA che il complesso delle Prove INVALSI ha sull'intero sistema scolastico e sulle sue scelte didattiche, avendo particolare riferimento alla chiave di lettura degli Obiettivi di Apprendimento e alla scelta dei tempi secondo i quali scandire, durante l'anno, l'acquisizione di conoscenze e abilità. È proprio in questo senso, come si è detto, che una attenta analisi dei risultati delle Prove somministrate potrà contribuire a formare una guida per il miglioramento dell'insegnamento. Sarebbe al contrario un grande danno per la Scuola se l'analisi degli esiti di queste Prove dovesse tradursi nella preoccupazione di addestrare gli allievi ad affrontare tipologie valutative simili, limitandosi ad imitarne la forma nelle prove di verifica svolte in classe nel corso dell'anno, senza invece curare la effettiva crescita di quel retroterra cognitivo e culturale di cui le Prove di verifica dovrebbero al contrario rilevare e valutare l'esistenza, per stimolarne poi lo sviluppo e la crescita.

2. Prove di Valutazione in Matematica. Dove e come.

1. Le Prove di valutazione per l'a.s. 2005/2006 verranno somministrate nelle seguenti classi.

Per il primo ciclo:

scuola primaria (elementare):	classe seconda; classe quarta;
scuola secondaria di primo grado (scuola media):	classe prima.

Per il secondo ciclo:

scuola secondaria di secondo grado:	classe prima (superiore) classe terza (superiore)
-------------------------------------	--

Le prove relative alla terza superiore sono state predisposte secondo due tipologie: la prima relativa ad una ampia base di contenuti condivisi in diversi indirizzi di studi, la seconda destinata a quelle scuole che per prassi didattica riservano spazi per approfondimenti rispetto a tali contenuti di base.

Poiché, ancora per l'a.s. 2005/2006, la partecipazione alle Prove di valutazione INVALSI relativamente al secondo ciclo dell'Istruzione è su base facoltativa, le Scuole interessate potranno decidere, al momento della adesione alla Prova valutativa, quale tipologia di prova, tra quelle indicate, intendono somministrare ai propri allievi.

2. Le prove di Matematica sono costituite da un numero prefissato di quesiti a scelta multipla (dai 16 della II elementare ai 30 della III classe superiore) che presentano quattro oppure cinque alternative di risposta (tre alternative in seconda elementare) secondo quanto è richiesto dalla natura del quesito.

Una sola delle alternative di risposta è giusta.

Il tempo concesso per rispondere varia secondo la classe (dai 30 minuti della II elementare ai 60 minuti delle classi superiori).

Precisamente:

1° CICLO

II	ELEMENTARE:	16 quesiti in 30 minuti, con 3 alternative di risposta, articolati su 2 aree di contenuti;
IV	ELEMENTARE:	28 quesiti in 45 minuti, con 4 alternative di risposta, articolati su 3 aree di contenuti;
I	MEDIA:	30 quesiti in 45 minuti, con 4 alternative di risposta, articolati su 4 aree di contenuti;

2° CICLO

- I SUPERIORE: 30 quesiti in 60 minuti, con 4 alternative di risposta, articolati su 4 aree di contenuti;
- III SUPERIORE: 30 quesiti in 60 minuti, con 4 alternative di risposta, articolati su 4 aree di contenuti.

Le aree di contenuti a cui fanno riferimento i diversi quesiti saranno specificate e analizzare nel successivo § 4 di questa Relazione.

3. Il criterio di valutazione di ogni singolo quesito prevede il conteggio delle risposte esatte contrapposto al conteggio complessivo delle risposte sbagliate o delle non-risposte. Questo criterio di valutazione non è ovviamente l'unico possibile e la sua scelta è stata oggetto di lunghe discussioni. Un altro possibile criterio era ovviamente quello tendente a scoraggiare le risposte date a caso, valutando negativamente le risposte sbagliate e valutando zero le non-risposte. Ci sono buone ragioni per la scelta di ciascuno di questi criteri. La scelta fatta è, a parere di chi scrive, adeguatamente giustificata da una parte dalla maggiore semplicità di conteggio (non dimentichiamo che si devono esaminare le risposte di un altissimo numero di questionari) e quindi di trattamento statistico dei dati relativi alle risposte, e dall'altra dalla specifica caratteristica di "valutazione di sistema", e non di valutazione individuale, che caratterizza la indagine valutativa INVALSI.

Se infatti l'obiettivo del questionario fosse effettuare una valutazione delle conoscenze e abilità possedute da una singola persona, non ci sono dubbi che andrebbero scoraggiate in ogni modo le risposte date a caso. Non solo ma sarebbe inoltre importante acquisire anche informazioni sul livello di consapevolezza con cui il candidato perviene alle eventuali risposte giuste. Questo ulteriore obiettivo si potrebbe raggiungere con svariate strategie tra cui la più semplice sarebbe prevedere brevi catene di quesiti riguardanti la medesima situazione problematica che verrebbe quindi affrontata con domande via via più approfondite e impegnative.

Una tale strategia è stata scelta, per esempio, nella ben nota Indagine valutativa P.I.S.A. promossa dall'OECD. Se invece l'obiettivo perseguito consiste nell'ottenere una valutazione della "efficacia del sistema scolastico" inteso in una sua (opportuna) globalità, allora è chiaro che risulterà meno significativo l'obiettivo di distinguere risposte sbagliate e non-risposte. In altre parole, poiché la valutazione di efficacia è fatta con strumenti statistici

per i quali non risulta rilevante la singola risposta isolata, giusta o sbagliata che sia, le indicazioni più interessanti e significative di efficienza si otterranno esaminando tra le diverse alternative di risposta la distribuzione statistica delle risposte errate, indipendentemente dal fatto che siano state scelte per convinzione oppure solo perché ritenute “meno inverosimili” di altre.

Da tutte queste considerazioni discende anche naturale che il complesso dei quesiti che costituiscono un questionario delle Prove INVALSI sia formato da quesiti tra loro indipendenti, che per altro dovranno coprire in modo omogeneo, anche se non esaustivo, le diverse aree di contenuto in cui sono suddivisi.

4. Una ulteriore considerazione va svolta a proposito della scelta di effettuare le Prove di valutazione mediante la somministrazione di questionari costituiti da quesiti a risposta chiusa. Certamente molte sono le critiche che si possono fare a questa tecnica di valutazione, né questo è l'unico strumento valutativo che può essere utilizzato dagli insegnanti. Anzi, è nostra opinione che questo stesso strumento sarebbe del tutto sconsigliabile se in questo modo si volessero valutare i singoli studenti. La tipologia di queste prove si rivela invece un ottimo strumento quando, come nel caso presente, si debba valutare l'intero Sistema, cioè nel caso in cui sia necessario poter disporre di un gran numero di dati analizzabili in modo relativamente veloce, obiettivo e con basso margine di incertezza.

5. Va osservato infine che la natura di “Prova di Valutazione del Sistema scolastico” che, come abbiamo più volte sottolineato, caratterizza le prove di verifica somministrate da INVALSI, comporta un'altra importante conseguenza. Infatti, poiché le finalità di queste prove non è quella di attribuire un voto né ai singoli alunni né tanto meno ai loro insegnanti e alle loro scuole, ne consegue che i quesiti costituenti tali prove non dovranno ritenersi “pesati” rispetto ad un predeterminato livello di conoscenze e abilità da considerarsi “sufficiente”. All'Istituto INVALSI, infatti, non è stata attribuita nessuna autorità per stabilire dall'alto quale debba essere il livello di conoscenze e abilità che si possa e si debba considerare sufficiente o non sufficiente. Ciò che invece le prove somministrate da INVALSI possono indicare è il livello relativo di conoscenze e abilità che il Sistema Scolastico nel suo complesso presenta, relativamente a determinati contenuti che sono irrinunciabili per la disciplina matematica e le sue applicazioni, in relazione, ovviamente, all'ambito scolastico al quale la Prova si riferisce. I termini di riferimento sono quindi costituiti dalle stesse nozioni fondanti della disciplina matematica, secondo la lettura che di queste viene data negli

Obiettivi di Apprendimento, contenuti nelle Indicazioni Nazionali e confortati dal giudizio positivo di tutte le Società Scientifiche competenti. Siamo dunque al di fuori di qualunque ipotetica volontà di prevaricazione centralistica e autoritaria, come qualche critico malevolo vorrebbe invece riscontrare.

3. Quale Matematica si valuta

Ciò che si intende valutare è il possesso di una idea di matematica non appiattita sull'applicazione di regole e formule, ma ben ancorata ad un insieme di concetti fondamentali di base e di conoscenze a livello semplice, ma non banalizzate; una matematica essenziale, dunque, ma che si esprime con un linguaggio preciso e coerente, non vago e approssimato.

Si cerca cioè una matematica che sia fattore di crescita per la persona, che sia strumento di conoscenza della realtà, che sia linguaggio preciso, univoco, obiettivo, utile, e anzi indispensabile per descrivere tale realtà, evitando di eccedere in astrazione e formalismo, richiedendo cioè solo il formalismo utile, comprensibile e apprezzabile, ai diversi livelli di età in cui ci si colloca.

Si vuole dunque in primo luogo valutare la conoscenza della disciplina matematica e dei suoi strumenti, intendendo tale disciplina come conoscenza concettuale, frutto cioè di riflessione critica, e non di addestramento meccanico o di apprendimento mnemonico. Si vuole cioè valutare una conoscenza che risulti libera dagli *stereotipi* suggeriti dalla *evidenza intuitiva* oppure dalle *immagini mentali* memorizzate in modo *a-critico*, oppure ancora dagli *automatismi* dell'*addestramento algoritmico*.

Una conoscenza concettuale quindi, che però affondi le sue radici in contesti critici di razionalizzazione della realtà.

Successivamente si dovrà valutare il livello di appropriazione personale critica e interiorizzata di tale conoscenza; e inoltre l'abilità nell'uso di alcuni strumenti (=algoritmi) matematici elementari che risultano altresì cruciali nel ruolo di descrizione e controllo (=modellizzazione) della realtà.

In particolare questa capacità di uso degli strumenti matematici verrà sondata da diversi punti di vista e precisamente:

- *) saper usare in modo appropriato il linguaggio matematico;
- *) saper eseguire calcoli (non eccessivamente complicati), riconoscere operazioni e procedimenti;

- *) saper effettuare formalizzazioni mediante l'uso di simboli opportuni, interpretare un formalismo in un contesto assegnato;
- *) fare ed esprimere deduzioni riconoscendo i collegamenti logici relativi;
- *) dare rappresentazioni matematiche di diverse situazioni problematiche, saper “leggere” diverse forme di rappresentazione.

La conclusione è che per rispondere ai quesiti posti non si richiede affatto solo di eseguire calcoli, sviluppare algoritmi, oppure applicare formule più o meno note e complicate. Vi sono invece molti quesiti di precisazione e riflessione linguistica oppure altri che richiedono di esprimere definizioni e concetti. In generale, poi, anche quando la domanda si riferisce alla esecuzione di procedimenti algoritmici, la difficoltà non consiste mai nella lunghezza o nella complicazione dei calcoli, ma piuttosto nella necessità di possedere con chiarezza e sicurezza i concetti coinvolti.

Quanto abbiamo descritto mette in evidenza una immagine della matematica in cui viene privilegiato l'aspetto culturale che caratterizza questa disciplina come forma di conoscenza e attività di pensiero. Gli aspetti algoritmici applicativi esecutivi, che pure costituiscono una componente irrinunciabile della disciplina matematica, non vengono certo trascurati, ma non sono mai considerati fine a se stessi, mentre sono invece valorizzati per la loro funzione di consolidamento e motivazione della intera disciplina.

È importante riconoscere che questa lettura della matematica intesa come scienza, cioè come disciplina conoscitiva, non è esclusiva di aspetti avanzati e astratti della disciplina stessa, ma la caratterizza invece fortemente a tutti i livelli di pensiero a cui può essere sviluppata. Un esame, anche affrettato, delle diverse tipologie di quesiti proposti ai diversi livelli scolari, può facilmente confermare la validità di queste affermazioni.

Ad esempio, semplici quesiti di natura logica che hanno per altro suscitato ironici commenti da parte di qualche critico sprovveduto, costituiscono in realtà la trasposizione elementare di profonde procedure mentali che si trovano alla base del pensiero matematico. Ci si riferisce qui, per fornire qualche esempio, al quesito che riguarda “il tempo di cottura degli spaghetti”, quesito che ha avuto l'onore di essere ridicolizzato da alcuni commentatori che godono di un certo seguito, ma evidentemente hanno della matematica una visione confusa, ingenua e primitiva che crede di poter confinare la disciplina in una accozzaglia di regole di calcolo di natura puramente esecutiva.

4. Conoscenze e abilità sottoposte a verifica

Le Prove di Valutazione dell'a.s. 2005/2006 faranno essenzialmente riferimento alle conoscenze e abilità che si ritiene debbano essere acquisite negli anni precedenti a quello del livello scolastico nel quale la Prova viene somministrata. Così, ad esempio, i quesiti proposti per la I media si riferiranno essenzialmente ai contenuti fondamentali degli Obiettivi di Apprendimento della scuola elementare, con particolare riferimento a quelli che costituiscono la base per gli ulteriori approfondimenti nella scuola secondaria di I grado.

Questa scelta è giustificata dal periodo dell'anno scolastico nel quale la prova viene somministrata ma è occasione anche per consolidare il fondamentale principio secondo il quale conoscenze e abilità già acquisite in un dato livello scolastico non debbono essere considerate come perdute nel passaggio a livelli scolari superiori. La costruzione del sapere e lo sviluppo delle competenze deve essere infatti il risultato di una sommatoria di traguardi intellettuali e operativi acquisiti e successivamente integrati e approfonditi, e non può invece essere un processo che riparte ogni volta ex-novo e si realizza su un terreno mentale considerato "tabula rasa".

I contenuti degli anni precedenti a cui si fa riferimento andranno individuati, in questo periodo di transizione, tenendo conto sia dei programmi ministeriali fino ad ora vigenti, sia degli Obiettivi specifici di Apprendimento che sono contenuti nelle Indicazioni Nazionali previste dalla Legge di Riforma della Scuola.

2. Prima di elencare per esteso le conoscenze e abilità tra le quali potranno essere scelti i contenuti dei quesiti che costituiranno la Prova di valutazione per l'a.s. 2005/2006 è importante sottolineare il fatto che (in matematica) non è possibile in generale stabilire una corrispondenza univoca tra il singolo quesito e un unico contenuto (conoscenza o abilità) il cui possesso venga valutato in esclusiva mediante quello stesso quesito. Infatti in generale la risposta a ciascuna domanda coinvolge diversi livelli di conoscenze di vario tipo e richiede contemporaneamente il possesso di diverse abilità. È questa una conseguenza della natura stessa del pensiero matematico, che non consiste di un insieme di convenzioni, o di istruzioni per l'uso, o di regole prestabilite di calcolo. La matematica, al contrario, è una struttura concettuale, e il suo effettivo possesso può essere propriamente valutato solo globalmente e in modo unitario, senza artificiali parcellizzazioni di comodo oppure a-critiche semplificazioni.

La struttura dei quesiti della ben nota Indagine PISA, più volte richiamata e da più parti indicata come modello, conferma pienamente la fondatezza delle osservazioni appena fatte. Anzi, proprio le ragioni ora esposte porterebbero a concludere che la verifica di talune conoscenze e abilità in campo matematico può difficilmente essere strutturata utilizzando

questo tipo di prove a risposta chiusa, che vengono tuttavia scelte e accettate solo per le ragioni di opportunità e praticità precedentemente esposte.

Prima di concludere è importante rendersi consapevoli del fatto che gli esiti delle prove sono legati ai “prodotti” del sistema formativo scolastico e non ai “processi” di apprendimento. Per valutare tali processi il singolo insegnante dovrà invece dotarsi di altri più opportuni e adeguati strumenti, che riguarderanno però sempre gli esiti educativi relativi ad un singolo studente, uscendo quindi dalle Finalità Valutative di Sistema, proprie delle Prove INVALSI.

3. Conoscenze e abilità, suddivise per aree di contenuto, su cui potranno vertere i quesiti della Prova di valutazione dell’a.s. 2005/2006. Percentuale approssimativa di quesiti dedicati a ciascuna area.

Si osservi che le prove di valutazione dei prossimi successivi anni potranno riguardare differenti conoscenze e abilità.

Scuola primaria, classe II

Numero, aritmetica (60% circa dei quesiti)

- a) Lettura e scrittura dei numeri naturali; gli aspetti ordinale e cardinale. Nozione di “precedente” e “successivo”, maggiore, minore e uguale. Ordinare numeri.
- b) Riconoscere ed eseguire semplici operazioni di addizione e sottrazione tra numeri naturali e utilizzarle in semplici contesti.

Geometria (40% circa dei quesiti)

- a) Saper attuare percorsi e riconoscere caratteristiche qualitative.
- b) Riconoscere, identificare e denominare correttamente forme geometriche piane e solide.
- c) Caselle e incroci sul piano quadrettato; individuare punti o caselle in una quadrettatura piana.

Scuola primaria, classe IV

Numero, aritmetica (40% circa dei quesiti)

- a) Rappresentazione dei numeri naturali in base dieci; valore posizionale delle cifre. Confronto tra numeri naturali.

- b) Somma e sottrazione, moltiplicazione e divisione tra numeri naturali; proprietà delle quattro operazioni; significato e proprietà del numero zero e del numero uno.
- c) Rappresentare simbolicamente operazioni descritte verbalmente e viceversa.
- d) Saper risolvere un problema scegliendo le operazioni opportune da eseguire per arrivare alla soluzione.

Geometria (30% circa dei quesiti)

- a) Riconoscere, denominare, classificare, descrivere figure geometriche del piano e dello spazio; conoscere proprietà elementari delle figure geometriche piane.
- b) Nozione intuitiva di angolo; classificazione degli angoli.
- c) Riconoscere figure simmetriche.
- d) Identificare il perimetro e l'area di semplici figure piane assegnate.

Misura e Analisi di Dati (30% circa dei quesiti)

- a) Sistemi di misura correnti di peso, lunghezza, tempo e loro lessico.
- b) Saper stimare la misura di oggetti comuni.
- c) Ricerca di informazioni desunte da statistiche e rappresentazioni grafiche.

Scuola secondaria di I grado, classe I

Numero, aritmetica (35% circa dei quesiti)

- a) Numeri naturali e interi relativi; operazioni tra essi, proprietà delle operazioni, ordinamento e confronto. Scrittura decimale dei numeri.
- b) Calcoli approssimati; ordine di grandezza di un risultato.
- c) Numeri razionali e frazioni: scrittura, confronto, ordinamento.
- d) Saper risolvere un problema scegliendo le operazioni opportune da eseguire per arrivare alla soluzione.

Geometria (30% circa dei quesiti)

- a) Analisi degli elementi significativi delle principali figure geometriche piane (triangolo, quadrangolo, cerchio, etc.), e solide (parallelepipedo, cono, cilindro, etc.); denominazione e classificazione.
- b) Riconoscere figure tra loro corrispondenti in una simmetria, oppure una rotazione o una traslazione.
- c) Riconoscere figure equiestese o isoperimetriche.

- d) Saper risolvere un problema, saper identificare il percorso per arrivare alla soluzione.

Misura (18% circa dei quesiti)

- a) Sistema di misura internazionale. Esprimere misure usando multipli e sottomultipli delle unità base anche per risolvere semplici problemi.
- b) Essere capaci di scegliere l'unità di misura più adatta per misurare un determinato oggetto.
- c) Calcolare, in casi semplici, perimetri, aree e volumi di figure geometriche conosciute.

Dati e previsioni (18% circa dei quesiti)

- a) Analisi e confronto di raccolte di dati statistici.
- b) Ricerca di informazioni desunte da statistiche o da rappresentazioni grafiche.

Scuola secondaria di II grado, classe I

Numero e algebra (30% circa dei quesiti)

- a) Conoscenze fondamentali sui numeri interi e razionali, sulle loro forme di rappresentazione (valore posizionale delle cifre, rappresentazione decimale dei numeri razionali, uso delle frazioni), sulle operazioni tra essi definite e le loro relative proprietà. Proprietà dell'elevamento a potenza. Ordinamento e confronto di numeri interi e razionali.
- b) Il calcolo numerico; ordine di grandezza, approssimazione, errore. Calcolo con le frazioni, con i numeri decimali, con le percentuali.
- c) Saper esprimere in simboli relazioni numeriche rappresentate mediante il linguaggio ordinario. Saper interpretare il significato di formule.
- d) Risolvere semplici equazioni di primo grado.
- e) Saper risolvere e formalizzare mediante espressioni algebriche o semplici equazioni, problemi di natura diversa.

Geometria (30% circa dei quesiti)

- a) Proprietà fondamentali delle principali figure del piano e dello spazio. Calcolo di perimetri, aree, volumi; lunghezza della circonferenza e area del cerchio.
- b) Trasformazioni geometriche: isometrie, similitudini. Equiscomponibilità di figure poligonali.

- c) Rapporto tra grandezze.
- d) Le coordinate cartesiane: rappresentazione per punti di semplici figure geometriche.

Relazioni e funzioni (20% circa dei quesiti)

- a) I concetti di relazione e di funzione: linguaggio relativo appropriato (dominio, codominio, variabile, immagine, etc.), diverse modalità di rappresentazione (tabelle, grafici, rappresentazioni algebriche o analitiche).
- b) Rappresentazione grafica di funzioni di proporzionalità diretta e inversa.

Dati e previsioni (20% circa dei quesiti)

- a) Raccolta di dati in una indagine statistica: concetti di frequenza, media e indici statistici di diverse caratteristiche.
- b) Lettura e interpretazione di diverse rappresentazioni grafiche statistiche (tabelle, diagrammi).
- c) Valutazione di probabilità di un evento, in casi semplici.

Scuola secondaria di II grado, classe III (Fascicoli A e B; i contenuti esclusivi del Fascicolo B sono sottolineati).

Numero e algebra (30% circa dei quesiti)

- a) Nozioni fondamentali su numeri naturali, interi, relativi, reali. Potenze, radicali e loro proprietà.
- b) Calcolo numerico: approssimazione, errore. Problemi con il calcolo di percentuali.
- c) Somma e prodotto di polinomi, fattorizzazione di polinomi, frazioni algebriche.
- d) Equazioni e disequazioni lineari; sistemi lineari di due equazioni in due incognite: loro interpretazione geometrica.
- e) Equazioni di secondo grado e coefficienti costanti e con parametro.

Geometria (30% circa dei quesiti)

- a) Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. Congruenza (uguaglianza) di figure poligonali; proprietà di circonferenza e cerchio; angoli al centro e alla circonferenza e loro proprietà.
- b) Misura di grandezze: grandezze commensurabili e incommensurabili. Teoremi di Euclide e Pitagora. Calcolo di perimetri e aree.

- c) Trasformazioni del piano in sé: traslazione, rotazione, simmetria.
- d) Proporzionalità tra grandezze; similitudine di figure piane, il teorema di Talete.
- e) Il piano cartesiano: rappresentazione della retta, della parabola e della iperbole in forma canonica.

Relazioni e funzioni (20% circa dei quesiti)

- a) La nozione di funzione. Semplici esempi, proprietà.
- b) Rappresentazione algebrica o analitica di funzioni assegnate a parole oppure mediante una tabella o un semplice grafico.
- c) Proporzionalità diretta, inversa, quadratica, dipendenza tra due variabili espressa con polinomi di primo e secondo grado.
- d) Saper associare ad una funzione il grafico corrispondente.

Dati e previsioni (20% circa dei quesiti)

- a) Lettura e interpretazione di dati espressi mediante tabelle e grafici statistici.
- b) Le diverse nozioni di media: media aritmetica e media ponderata; calcolo e interpretazione in contesti diversi.
- c) Valutazione di probabilità di uno o più eventi in casi semplici.